



Kraj Vysocina



Téma: KVADRATICKÁ FUNKCE CELISTVÁ

Vypracoval: Mgr. Charamza Josef

TENTO PROJEKT JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY.



Definice kvadratické funkce

DEFINICE: Kvadratická celistvá funkce je definována rovnicí:

$$y = ax^2 + bx + c, \quad \text{kde } a \neq 0; \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Grafem kvadratické celistvé funkce je parabola. Definiční obor $D = \mathbb{R}$.

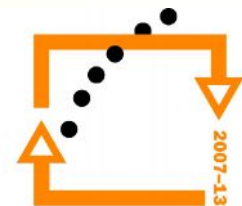
Pro určení grafu paraboly je možné upravit rovnici na tvar analytického vyjádření paraboly:

$$y - n = \frac{1}{2p}(x - m)^2$$

kde $V = [m;n]$ je vrchol paraboly a číslo $p = \frac{1}{2|a|}$ je parametr paraboly.

Osa souměrnosti paraboly je vždy rovnoběžná s osou y .

Pro $a > 0$ je funkce klesající od $-\infty$ do m a rostoucí v intervalu $(m; -\infty)$.

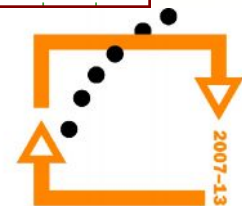
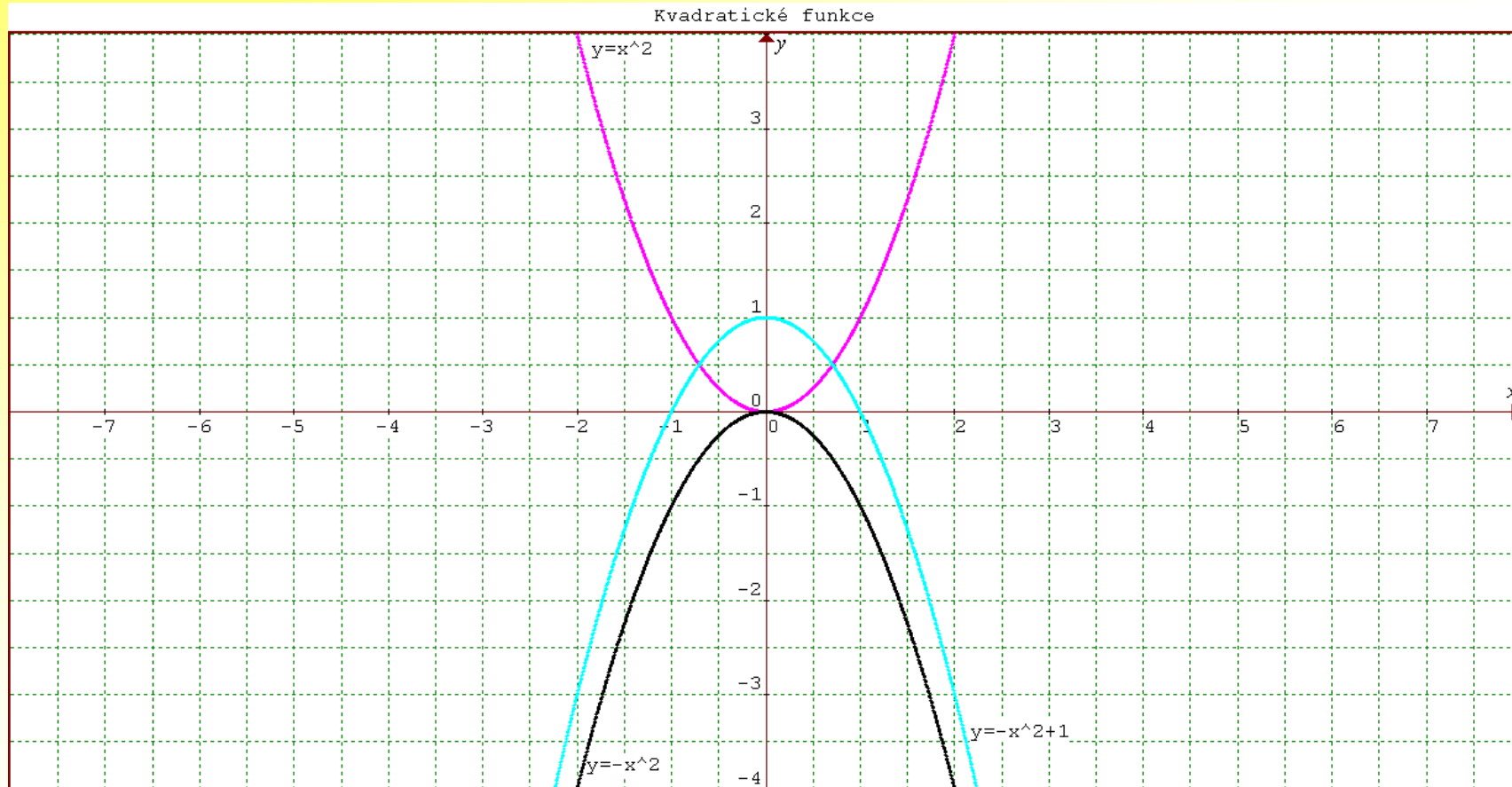


Definice kvadratické funkce

Pro $a < 0$ je funkce rostoucí v $(-\infty; m)$ a klesající v $(m; -\infty)$.

Pro $b = c = 0$ je vrchol paraboly v počátku (základní parabola pro $a = 1$)

Graf kvadratické funkce



1. úloha

1.ÚLOHA:

Z dané rovnice funkce chceme určit graf

Na příklad $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 6$

Z kvadratického a lineárního členu si vytkneme konstantu a výraz v závorce doplníme na druhou mocninu dvojčlenu přičtením čísla:

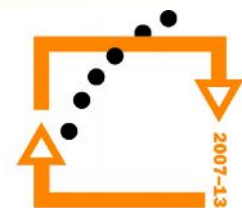
$$y = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) - \frac{9}{2} + 6 \text{ a upravíme:}$$

$$y - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)^2 \quad \text{Tím jsme převedli rovnici na}$$

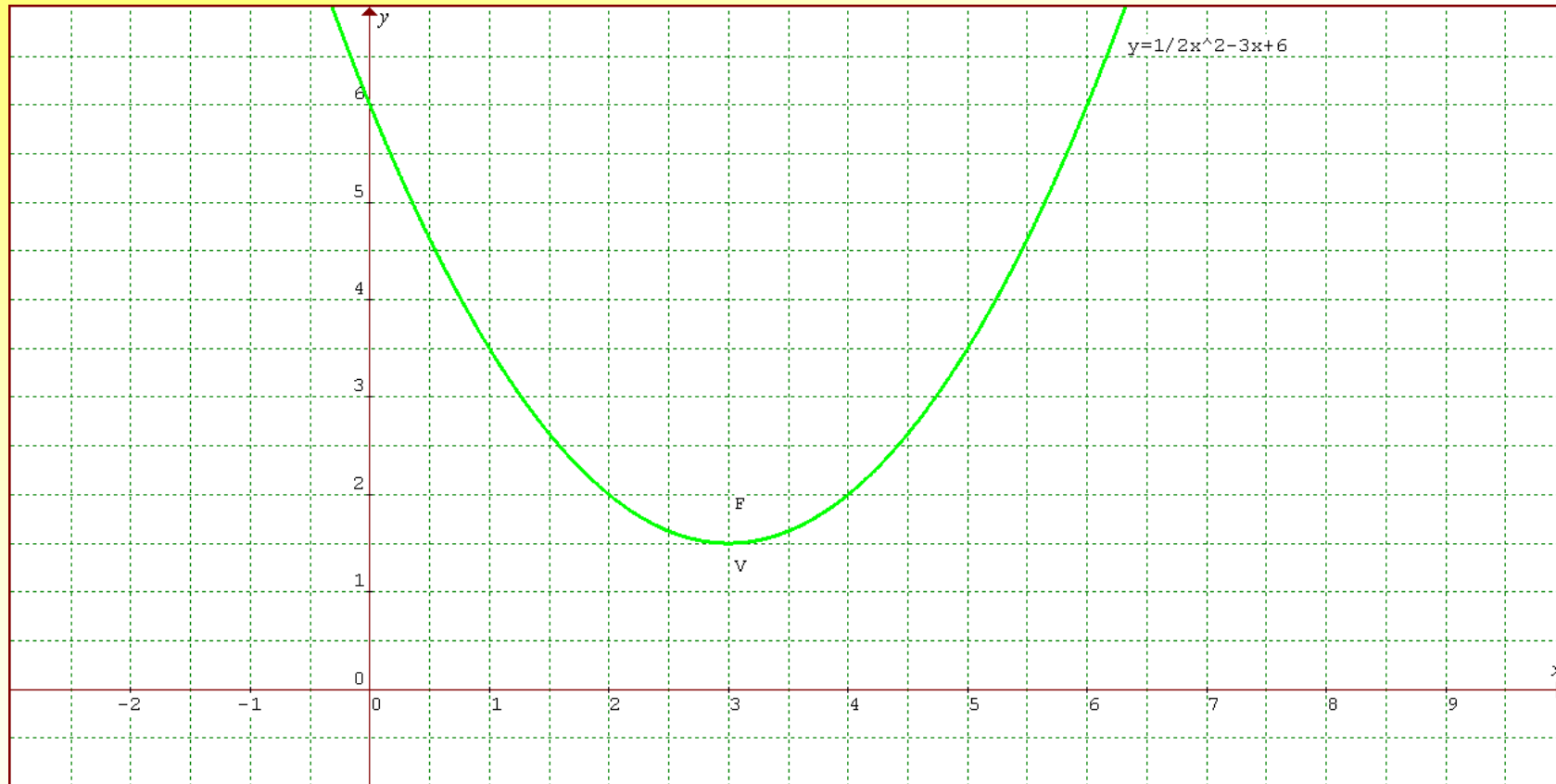
analytický tvar (viz výše) a zjistili vrchol paraboly $V = \left[3; \frac{3}{2}\right]$

Dále můžeme určit parametr $p = \frac{1}{2a} = \frac{1}{2} = 1$. Ohnisko leží o

polovinu parametru nad vrcholem (pro $a > 0$): $F = [3; 2]$



Graf :



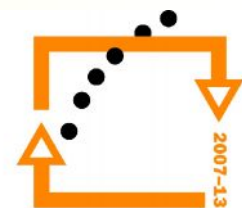
1. úloha

Určíme graf funkce: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$

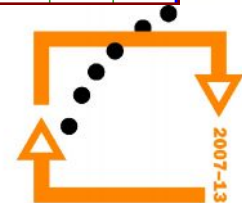
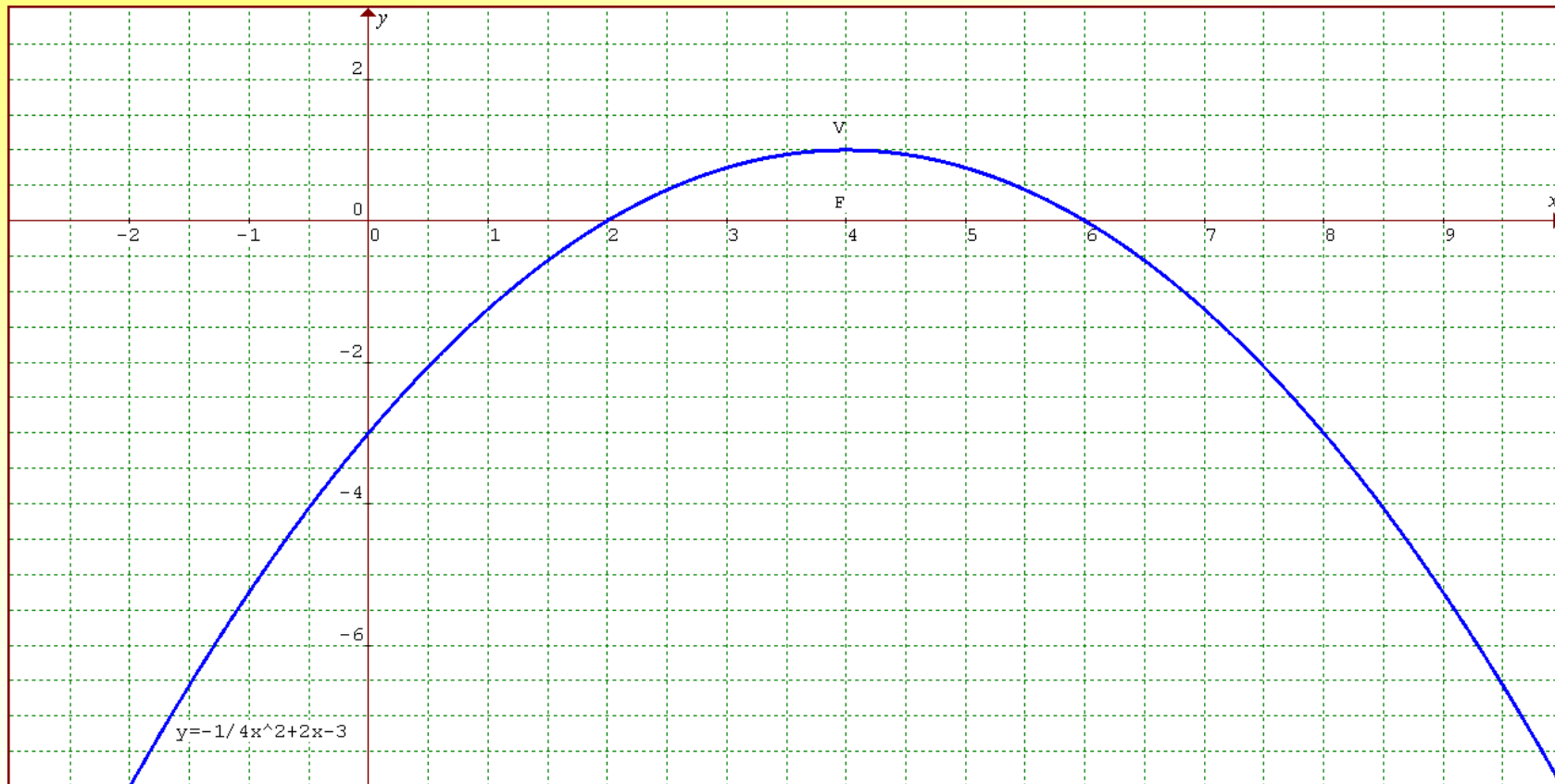
$$y = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) + 4 - 3$$

$$y - 1 = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 \Rightarrow V = [4;1] \wedge p = 2 \Rightarrow F = [4;0]$$

Graf: (Pro přesnější sestavení grafu můžeme vypočítat ještě průsečíky grafu funkce s osami souřadnými.)



1. úloha



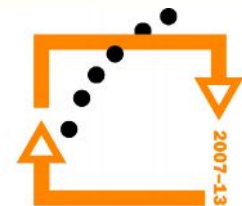
2. úloha

2.ÚLOHA:

Určete rovnici kvadratické funkce, jejíž graf prochází danými třemi body

Na příklad: $A = \left[-1; -\frac{5}{2}\right]$; $B = [-2; -1]$; $C = \left[-5; -\frac{5}{2}\right]$

Souřadnice všech bodů dosadíme postupně do rovnice obecné kvadratické funkce a dostaneme tak soustavu tří rovnic o třech neznámých $a; b; c$, kterou vyřešíme známým způsobem. Vypočtené hodnoty pak dosadíme zpět do rovnice kvadratické funkce. Chceme-li získat graf pokračujeme dále podle úlohy č.1. Postup výpočtu:



2. úloha

$$-\frac{5}{2} = a - b + c$$

$$-1 = 4a - 2b + c \quad |(-1)$$

$$-\frac{5}{2} = 25a - 5b + c$$

$$-\frac{3}{2} = -3a + b \quad |3$$

$$-\frac{3}{2} = 21a - 3b$$

$$-6 = 12a \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \wedge b = -3 \wedge c = -5$$

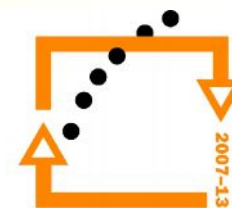
Rovnice kvadratické funkce tedy je $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5$

Chceme-li určit graf postupujeme dál stejně jako v předešlé úloze:

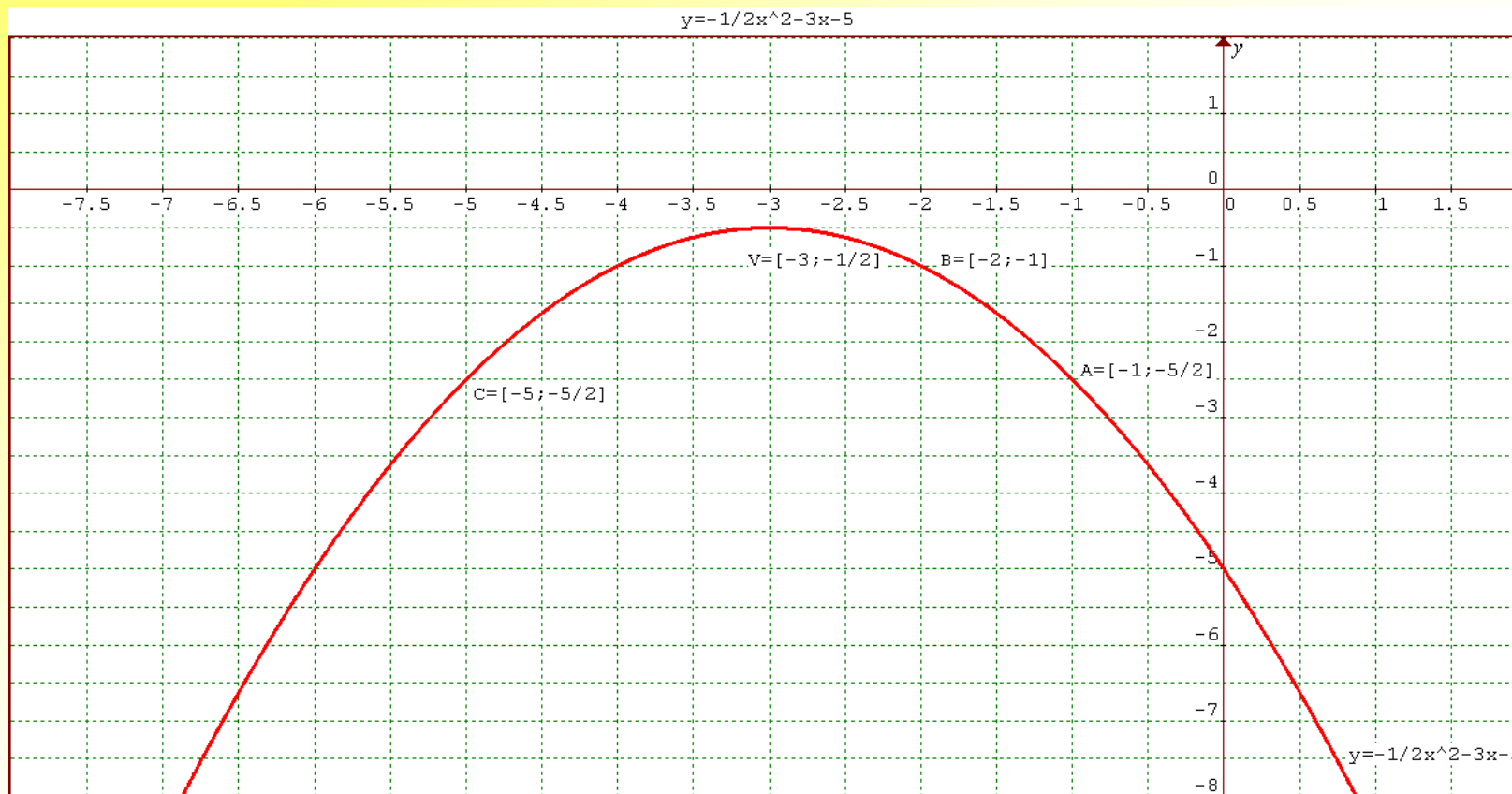
$$y = -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9) + \frac{9}{2} - 5$$

$$y + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 \Rightarrow V = \left[-3; -\frac{1}{2}\right] \wedge p = 1 \wedge F = [-3; -1]$$

Sestrojíme-li z vypočtených prvků graf můžeme se přesvědčit, že skutečně prochází danými body nebo naopak můžeme daných bodů využít k zpřesnění grafu funkce. Názorně to vyplývá z následujícího obrázku:



2. úloha



Úlohy k procvičování:

1. Určete rovnici kvadratické funkce, jejíž graf prochází body:

- | | |
|--|----------------------------|
| a) $A = [-2; 1] B = [3; -3,5] C = [-4; -7]$ | $\{y = -0,5x^2 + x + 5\}$ |
| b) $A = [4; -1] B = [2; -3] C = [-2; -7]$ | $\{y = -0,25x^2 + x - 4\}$ |
| c) $A = [4; -9] B = [2; -4] C = [-6; -4]$ | $\{y = -0,25x^2 - x - 1\}$ |
| d) $A = [2; 1] B = [-2; -15] C = [4; 3]$ | $\{y = -0,5x^2 + 4x - 2\}$ |
| e) $A = [1; -5,5] B = [2; -6] C = [-4; -18]$ | $\{y = -0,5x^2 + x - 6\}$ |
| f) $A = [1; -1,5] B = [2; 1] C = [-4; 1]$ | $\{y = 0,5x^2 + x - 3\}$ |
| g) $A = [1; -3,5] B = [2; -3] C = [-4; -21]$ | $\{y = -0,5x^2 + 2x - 5\}$ |
| h) $A = [1; -1,5] B = [2; 2] C = [-4; -4]$ | $\{y = 0,5x^2 + 2x - 4\}$ |
| i) $A = [1; -2] B = [2; 1] C = [-3; 26]$ | $\{y = 2x^2 - 3x - 1\}$ |
| j) $A = [2; 0] B = [-2; 4] C = [4; -5]$ | $\{y = -0,25x^2 - x + 3\}$ |
| k) $A = [1; 6] B = [2; 9] C = [3; 16]$ | $\{y = 2x^2 - 3x + 7\}$ |
| m) $A = [-3; -1] B = [1; -4] C = [2; -5]$ | $\{y = -2x^2 + 5x - 7\}$ |



Úlohy k procvičování:

2. Určete graf kvadratické funkce dané rovnicí (vypočtete vrchol, ohnisko a parametr paraboly):

a) $y = x^2 - 4x + 1$

$$v = [2; -3]$$

b) $y = -x^2 - 6x - 5$

$$v = [-3; 4]$$

c) $y = -2x^2 - 4x + 1$

$$v = [-1,5; 1,5]$$

d) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 1$

$$v = [4; -7]$$

e) $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 2$

$$v = [6; -7]$$

f) $y = -\frac{1}{8}x^2 - x - 2$

$$v = [-4; 0]$$

g) $y = \frac{1}{8}x^2 - 3x + 1$

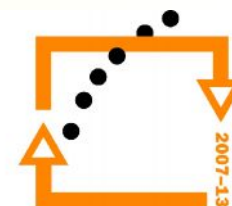
$$v = [12; -17]$$

h) $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 3$

$$v = [-4; 1]$$

i) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 2$

$$v = [-4; 6]$$



Úlohy k procvičování:

j) $y = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 2$

$V = [6; -10]$

k) $y = -\frac{1}{6}x^2 + x - 3$

$V = [3; -15]$

m) $y = \frac{1}{6}x^2 - 2x + 5$

$V = [6; -1]$

n) $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 7$

$V = [6; -11]$

Děkuji za pozornost.

