



Kraj Vysočina



Téma: Lineární lomená funkce

Vypracoval: Mgr. Charamza Josef

TENTO PROJEKT JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY.



Definice

DEFINICE: Lineární lomená funkce je definována rovnicí:

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \quad \text{kde } c \neq 0; \quad ad \neq bc$$

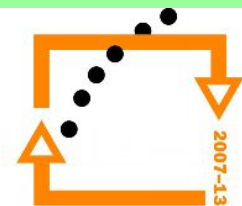
Grafem lineární lomené funkce je rovnoosá hyperbola, jejíž asymptoty jsou rovnoběžné se souřadnými osami.

Pro určení grafu lineární lomené funkce je možno její rovnici upravit na tvar jejího analytického vyjádření:

$$y - n = \frac{k}{x - m}$$

kde bod $S = [m;n]$ je střed souměrnosti rovnoosé hyperboly (průsečík jejích asymptot) a číslo k udává ve kterých kvadrantech se větve hyperboly zobrazují. Pro $k > 0$ je to 1. a 3. kvadrant, pro $k < 0$ je to 2. a 4. kvadrant. Pomocí čísla k lze vypočítat i poloosu (a) rovnoosé hyperboly a následně i její excentricitu (e):

$$a = \sqrt{|2k|}; \quad e = a\sqrt{2} = 2\sqrt{|k|}$$



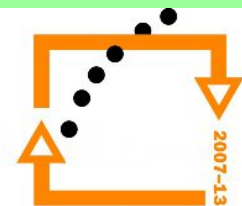
Příklad 1

1. příklad: Sestrojíme graf funkce $y = \frac{4x + 10}{2x + 4}$ tak že si rovnici funkce dělením mnohočlenů převedeme na tvar ze kterého určíme střed hyperboly a číslo k.

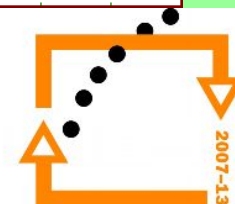
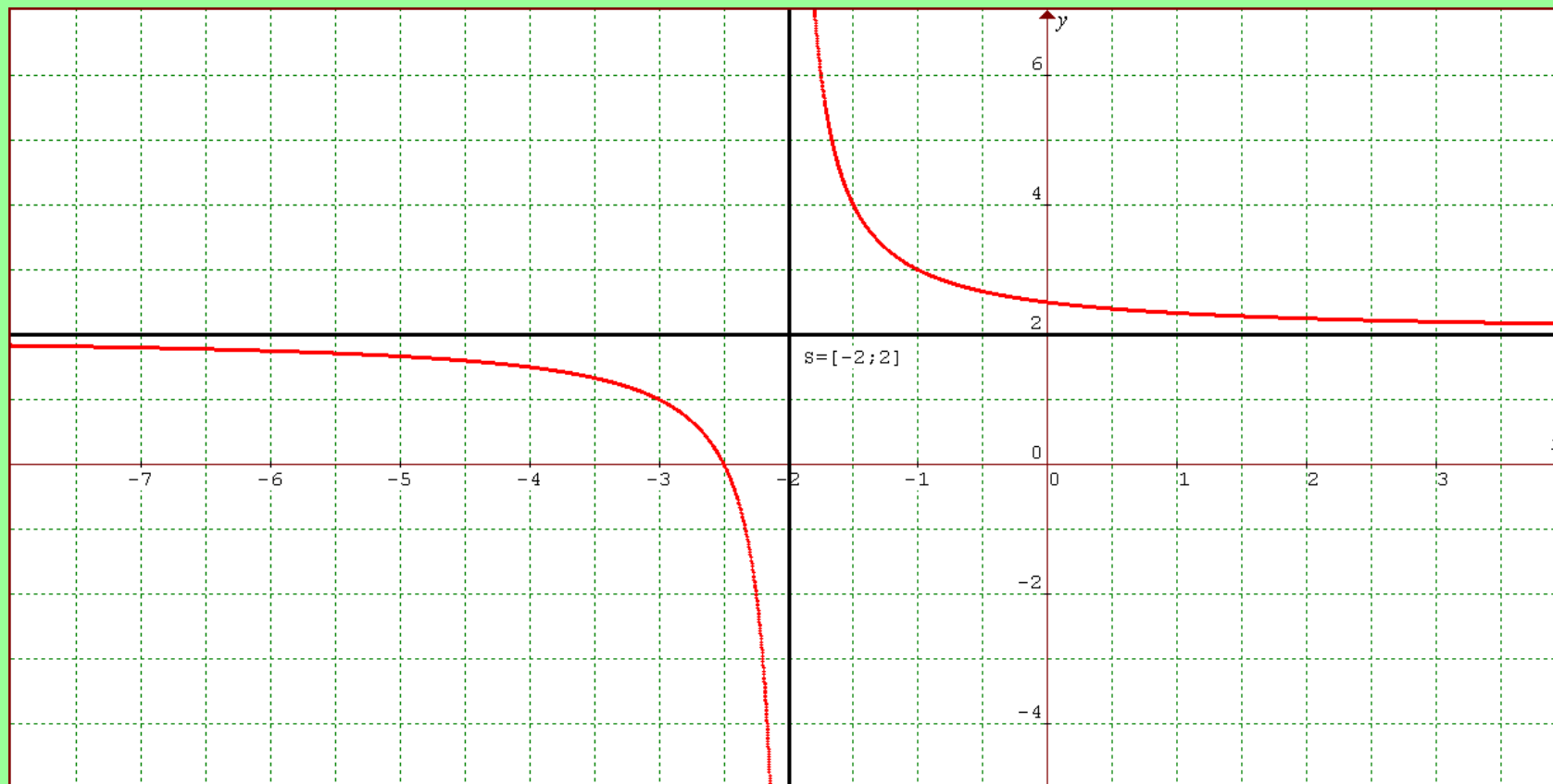
$$y = (4x + 10) : (2x + 4) = 2 + \frac{2}{2(x + 2)} = 2 + \frac{1}{x + 2} \Rightarrow$$

$$y - 2 = \frac{1}{x + 2} \Rightarrow \mathbf{s = [-2; 2]} \wedge \mathbf{k = 1} \Rightarrow \mathbf{a = \sqrt{2}}$$

Graf funkce tedy bude ležet v 1. a 3. kvadrantu posunutého souřadného systému:



Grafické znázornění

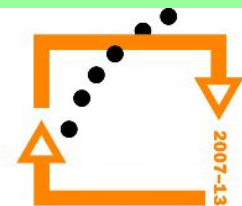


Příklad 2

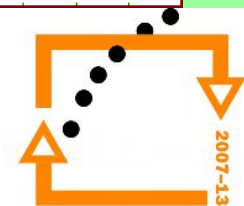
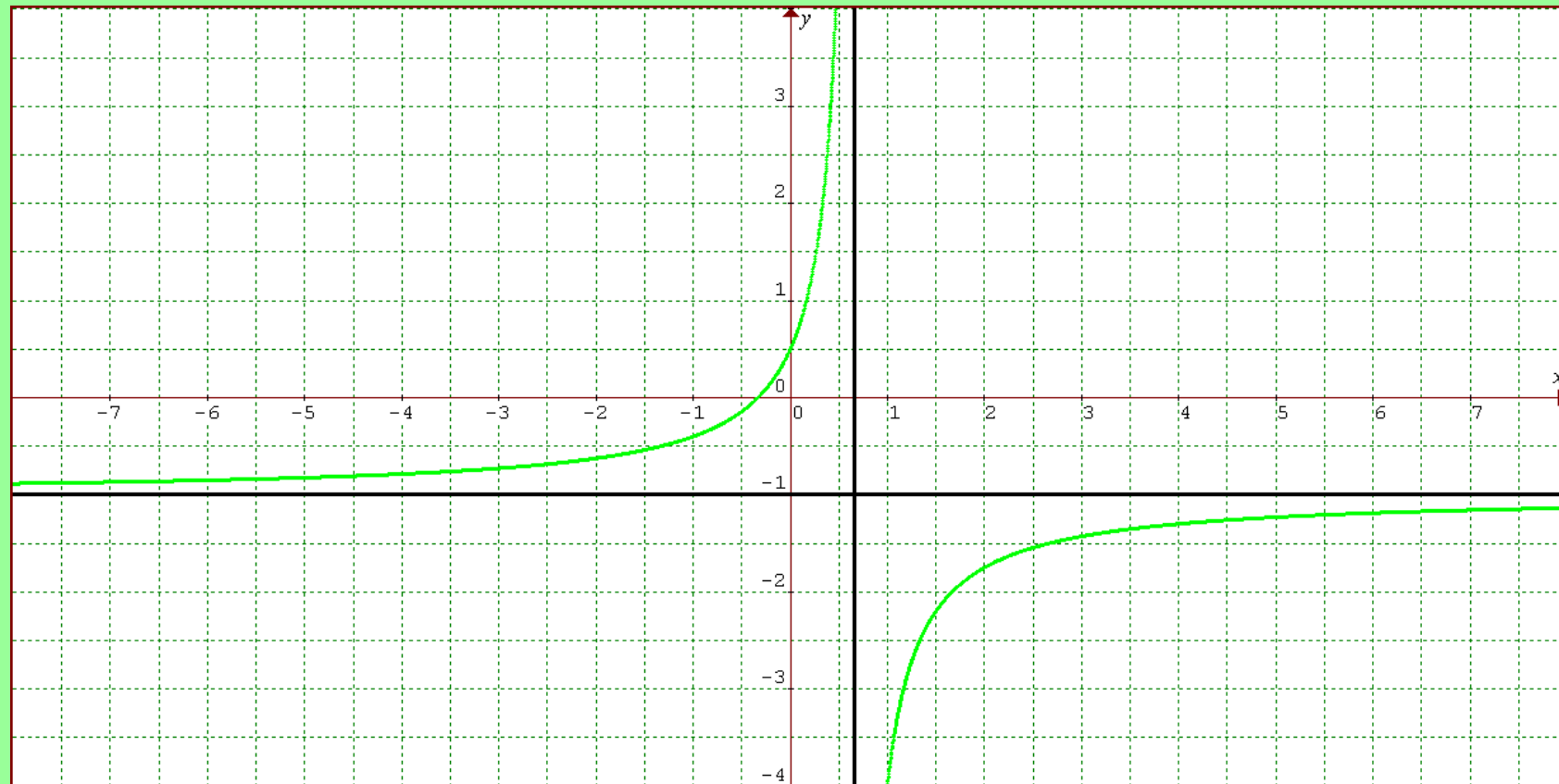
2. příklad: Sestrojíme graf funkce $y = \frac{-3x - 1}{3x - 2}$ tak že si rovnici funkce dělením mnohočlenů převedeme na tvar ze kterého určíme střed hyperboly a číslo k .

$$y + 1 = \frac{-1}{x - \frac{2}{3}} \Rightarrow \mathbf{s = \left[\frac{2}{3}; -1 \right]} \quad \mathbf{k = -1} \Rightarrow \mathbf{a = \sqrt{2}}$$

Graf funkce tedy bude ležet ve 2. a 4. kvadrantu posunutého souřadného systému:



Grafické znázornění



Příklady k procvičení

Příklady k procvičování:

Určete graf lineární lomené funkce dané rovnicí:

1. $y = \frac{2x - 3}{3x + 2}$

$$S = \left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]; a = 1,7$$

2. $y = \frac{x + 1}{2x - 4}$

$$S = \left[2; \frac{1}{2}\right]; a = \sqrt{3}$$

3. $y = \frac{1 - 3x}{x - 2}$

$$S = [2; -3]; a = \sqrt{10}$$

4. $y = \frac{5 + 2x}{x - 4}$

$$S = [4; 2]; a = \sqrt{26}$$

5. $y = \frac{5 - 2x}{x - 4}$

$$S = \left[\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}\right]; a = 0,94$$

6. $y = \frac{4 - 2x}{4x - 4}$

$$S = \left[1; -\frac{1}{2}\right]; a = 1$$

7. $y = \frac{3 + 4x}{2x - 1}$

$$S = \left[\frac{1}{2}; 2\right]; a = \sqrt{5}$$

8. $y = \frac{5 - 4x}{4 - 3x}$

$$S = \left[\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right]; a = 0,36$$



Příklady k procvičení

$$9. \quad y = \frac{1 - 0,5x}{x + 3}$$

$$10. \quad y = \frac{x - 3}{0,5x + 1}$$

$$11. \quad y = \frac{3 - x}{2x + 1}$$

$$12. \quad y = \frac{3x - 5}{x + 4}$$

$$s = \left[-3; -\frac{1}{2}\right]; a = \sqrt{5}$$

$$s = [-2; 2]; a = \sqrt{10}$$

$$s = \left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right]; a = \sqrt{1,75}$$

$$s = [-4; 3]; a = \sqrt{17}$$

.Určete rovnici lineární lomené funkce, jejíž graf prochází body:

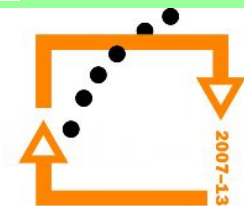
$$1. \quad A = [0; -3] \quad B = \left[1; \frac{5}{2}\right] \quad C = \left[2; \frac{7}{5}\right] \quad D = \left[-1; -\frac{1}{4}\right] \quad \left\{ y = \frac{2x + 3}{3x - 1} \right\}$$

$$2. \quad A = [0; 4] \quad B = \left[1; \frac{5}{2}\right] \quad C = [-2; -2] \quad D = \left[-3; -\frac{1}{2}\right] \quad \left\{ y = \frac{x + 4}{x + 1} \right\}$$

$$3. \quad A = [0; -3] \quad B = \left[1; -\frac{3}{4}\right] \quad C = [-2; 6] \quad D = \left[-3; \frac{15}{4}\right] \quad \left\{ y = \frac{3x - 6}{2x + 2} \right\}$$

$$4. \quad A = [0; -2] \quad B = [1; 3] \quad C = \left[2; \frac{4}{3}\right] \quad D = \left[-1; -\frac{1}{3}\right] \quad \left\{ y = \frac{x + 2}{2x - 1} \right\}$$

$$5. \quad A = [0; 1] \quad B = [-2; 7] \quad C = \left[1; \frac{1}{4}\right] \quad D = \left[2; -\frac{1}{5}\right] \quad \left\{ y = \frac{3 - 2x}{x + 3} \right\}$$



Příklady k procvičení

$$6. A = [0; -4] B = [-1; 7] C = \left[-2; \frac{10}{3}\right] D = \left[2; \frac{2}{5}\right]$$

$$\left\{ y = \frac{3x-4}{2x+1} \right\}$$

$$7. A = \left[0; -\frac{5}{2}\right] B = \left[-2; -\frac{11}{4}\right] C = [1; -2] D = \left[5; -\frac{10}{3}\right]$$

$$\left\{ y = \frac{3x-5}{2-x} \right\}$$

$$8. A = [0; 4] B = \left[1; \frac{1}{2}\right] C = [-2; -10] D = \left[3; -\frac{5}{4}\right]$$

$$\left\{ y = \frac{4-3x}{x+1} \right\}$$

$$9. A = \left[0; \frac{2}{5}\right] B = [-4; 18] C = [-3; 7] D = \left[2; -\frac{6}{7}\right]$$

$$\left\{ y = \frac{2-4x}{x+5} \right\}$$

$$10. A = \left[0; -\frac{3}{2}\right] B = [1; -4] C = \left[-1; -\frac{2}{3}\right] D = [3; 6]$$

$$\left\{ y = \frac{x+3}{x-2} \right\}$$

